

ВОПРОСЫ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ ПО МОДУЛЮ II
"КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ"

для ИУ-9, лектор Четвериков В. Н., 2019 г.

1. Дать определение пути и кривой в \mathbb{C} . Дать определения интеграла от функции комплексного переменного вдоль пути в \mathbb{C} . Сформулировать свойства интеграла.
2. Сформулировать свойство независимости интеграла от выбора параметризации кривой, теорему об оценке интеграла, теорему Коши для односвязных и многосвязных областей.
3. Определить комплексную первообразную. Сформулировать теорему о существовании первообразной в односвязной области и формулу Ньютона-Лейбница.
4. Сформулировать интегральные формулы Коши для голоморфных функций и их производных. Сформулировать теорему о среднем и теорему о бесконечной дифференцируемости голоморфных функций.
5. Сформулировать теоремы о разложении голоморфной функции в ряд Тейлора, о голоморфности суммы степенного ряда и о единственности разложения в степенной ряд.
6. Сформулировать неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора, теорему Мореры и теорему о трех подходах к понятию голоморфности.
7. Дать определения нуля функции, его порядка. Сформулировать теоремы о нулях голоморфной функции, о единственности для голоморфных функций и о порядке нуля голоморфной функции.
8. Определить ряды Лорана, кольцо сходимости. Сформулировать теорему Лорана, теорему о единственности разложения в ряд Лорана и неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана.
9. Определить изолированные особые точки голоморфных функций, классифицировать их в терминах рядов Лорана. Сформулировать теоремы об устранимой особой точке, о полюсе и о существенной особой точке.
10. Дать определение вычета. Сформулировать теорему Коши о вычетах, теорему о связи вычета с рядом Лорана, свойства вычета в устранимой особой точке и формулы для вычисления вычета в полюсе.
11. Определить и классифицировать в терминах рядов Лорана изолированную особую точку ∞ . Дать определение вычета в бесконечности. Сформулировать теорему о связи вычета в бесконечности с рядом Лорана и теорему Коши о полной сумме вычетов.

Пробный вариант контрольной работы.

1. (3 баллов). Сформулировать свойство независимости интеграла от выбора параметризации кривой, теорему об оценке интеграла, теорему Коши для односвязных и многосвязных областей.
2. (2 баллов). Сформулировать теорему о разложении голоморфной функции в ряд Тейлора.
3. (6 баллов). Найдите все возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{(z+2)(z-1)}$ по степеням z .
4. (5 баллов). Найдите все особые точки функции $f(z) = \frac{\operatorname{ch} z^2}{(z^2+1)z^2}$, определите их характер и вычеты в них. Найдите вычет в бесконечно удалённой точке.
5. (4 балла). Вычислите интеграл: $\oint_{|z|=1} z^3 e^{-\frac{1}{z}} dz$.
6. (5 балла). Вычислите интеграл: $\oint_{|z+i|=12} \frac{1}{(z^{10}-1)} \cos \frac{1}{z} dz$.